

## 〈状態〉とは何か

西郷 甲矢人 (長浜バイオ大学)

E-mail: h.saigoh@nagahama-i-bio.ac.jp

学問においては、その分野において特別な意味で用いられる語が多々ある。例えば「仕事」という言葉は、日常では人間が生きるために（あるいは生きる目的として）行う様々な労働を指すが、物理学では力と距離の積によって量られる物理量を指している。その定義をはっきりさせていないと、奇妙なマチガイを犯してしまうことは、物理学を多少なりとも学んだ人はよくご存じのことであろう。しかし、「仕事」よりもさらに「当たり前」に使われすぎていて、位置づけがごく近年になるまで明快に理解されなかった物理的な概念が存在する。「状態」がそれである。

状態という語は、日常的によく用いられる語であり、その延長上で何となく理解可能であるために、永年にわたって徹底的な分析がなされては来なかった。現在でも、多くの学生たちは教科書を通じて次のように理解していると思われる：ある物理系、たとえば電子の「状態」というものは、なにかよくわからないがその「電子の在り方」に違いなく、なぜそう考えるのが適切であるかはよくわからないが何らかのヒルベルト空間のベクトルとして表されるらしい。いや、より正確にはこうした状態というのはどうやら「純粋状態」と呼ばれるべきものであり、どうも「混合状態」というものを理解するには密度作用素というのを使わなければいけないらしい…。

あまりにも戯画的に描いてしまっているかもしれないが、通常、状態をめぐる理解というものがこうした場当たりの理解の積み重ねとなりがちであることは事実である。もちろん理解というものがいつも最初から明快であるべきというわけではない。しかし、上のような理解には明らか問題点が存在している。「純粋状態」「混合状態」などという言葉の前提には、そもそも状態とは何か？という問いが先立ってしかるべきなのに、そうはなっていない、という点である。実は、量子論の偉大な先人たちの議論の中ですらそうで、どうやらそれが種々の「パラドクス」の根源となっていたようなのである。

「状態とは何か」という問いに対する「数学的な定義」は、量子場の理論の数理的取り扱いの中から生まれてきた。それは、「物理量の代数」から「複素数」への線型写像であって、「正值性」および「1」を保つものである、という定義である。これは、直観的にいうと、「状態とは、各物理量に対してその『期待値』を対応される写像である」ということを意味する。ご存じのように、確率変数にその期待値を対応させる写像は線型性を持ち（「足したものの期待値は期待値を足したものの」）、正值をとる確率変数の期待値は正であり（何しろ確率は正值だから）、「ずっと1」という確率変数の期待値はやはり1である（確率の総和は1だから）。このような「期待値を対応させる写像」の概念こそが、状態なのである。古典的な確率変数の場合と異なり、量子論においては物理量の代数が非可換となり、それによって、それらの物理量を古典的な意味でのひとつの確率空間上の関数たちとして解釈することはできなくなるのだが、「期待値を対応させる写像」の概念は自然に一般化することが可能であり、それが最も一般的な意味での「状態」の概念なのである（この枠組みで、「純粋状態」「混合状態」とは何かなども正確に定義できるが、ここでは割愛する）。

上のような定義と、多くの量子論の教科書にある「ヒルベルト空間のベクトル」という話がどうつながるのか疑問に思う読者も多いであろう。実はここに「GNS (ゲルファント・ナイマルク・シーガル) 構成」という簡潔かつ強力な数学的な手続きがあって、上のような定義での状態から、それに付随したヒルベルト空間を構成することができ、物理量の代数はそのヒルベルト空間上の線型作用素たちのなす代数の一部と考えることができ、かつ、出発点であった状態はそのヒルベ

ルト空間の単位ベクトルによって表現することができるのである。ここで重要なことは、このヒルベルト空間は基準となる状態「ごとに」造られるのである、ということである。ひとつの物理量の代数の上に多種多様な状態がありえて、その状態を通じて、ヒルベルト空間という舞台への「表現」が多種多様に構成されるわけである。

さて、ここで「表現」という言葉が出てきた。これもまた日常でよく使われる語であるが、数学では特有の意味を持って用いられる。大まかに言えば、表現というのは、あるひとつの「理解したいが、漠然としていてはつきりとはつかめないもの」のある側面を、「理解しやすいもの」に翻訳するような（構造を保つ）写像を意味する。たとえば、線型代数で学ぶように、平面や空間における運動、たとえば「回転」や「鏡映」といったものの性質を「行列」の話に翻訳して考えることができるが、この翻訳の仕方が表現の一例である。その際、どのようなベクトルを「基底」にとるかによって、「同じ」運動も「異なる」行列に翻訳されるのである。このように、表現は、同じものの多種多様な現われ、という文脈において理解されるべきものである。

まとめると、状態は表現を与えるものであり、表現とは「同じものの多種多様な現われ」のひとつだ、ということになる。ここまでは数学の話であり、物理学者が異論を差しはさむことはないであろう。しかし、このことの「概念的な意味」を掘り下げると、いままで多くの物理学者が「直観的に」「自明に」考えていた「状態」の物理的な意味が、大きな変革を受けなければならないことがわかる。すなわち、状態は「物理系に内属するものではない」ということである。

読者は、「いったい何を言っているのか？」と思われるかもしれない。「電子の状態」というのだから、それは「電子そのものの在り方」に決まっているのではないかと。しかし電子とは一体何であろうか。それは究極のところ、一種の量子場であり、量子場とは、ある時空領域において定義された物理量の束のようなものである。ある時空領域を固定して考えるならば、それは物理量代数そのものである。こうしてみると、系に内在的な性質というものは、「物理量代数」だと考えるのが自然であろう。だとすれば状態とは何だろうか。その数学的な定義は各物理量に対して期待値を対応させる写像であった。では、「電子そのもの」が「持っている」諸性質を、現実には測定可能なデータ、期待値のレベルまで「引き出す」ことを可能にするのは何であろうか。見えないミクロの性質を、マクロに「現実化」するために必要なのは、（よりマクロの）「環境」である。そうしてみると、状態とは、物理系に内属するものではなく、系と環境との相互関係によって定義されるものと考えられるべきである、との考えに至る。

こうした状態概念の捉え方を、「状態とはインターフェイスである」という言明として最初に明確に指摘したのが、現在ドレスト光子研究起点顧問である小嶋泉であった。筆者は、この状態概念の根本的な変革こそが、量子論の解釈の（見かけ上の）「パラドクス」を一掃するとともに、これまでオンシェル概念に相当に縛られてきた量子場の研究を前進させるカギであるにとらえ、小嶋泉とその共同研究者である岡村和弥とともに研究を続けてきた。その過程において、「系と環境の合成系」を考え、その「合成系」の環境（いわば「メタ環境」）を考えるという入れ子型の構造の重要性が理解されるようになってきた。ドレスト光子（それ自体が光とナノ物質の合成系である）の状態とは何か？ということを考えるためには、それをとりまく環境との相互関係を問題にしなければならない。また、それだからこそ、ドレスト光子は環境に応じて変幻自在な働きをなすのである。このように、ドレスト光子をはじめとする「オフシェル」の領域の研究対象に迫るためには、どうしてもこうした概念的な基盤の整備が必要なのである。樹木が伸びるためには、どうしても根を深く張らなければならないのと同じである。